Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-Matematički Fakultet

SEMINARSKI RAD:

Udarni Talasi

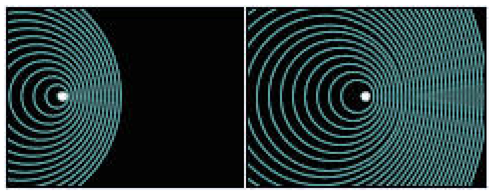
Mentor:
Prof. Dr Božidar Vujičić

Student:
Marinković Miloš

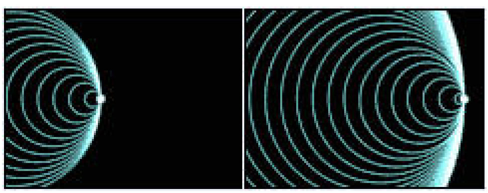
Novi Sad, maj 2006.godine

Uvod

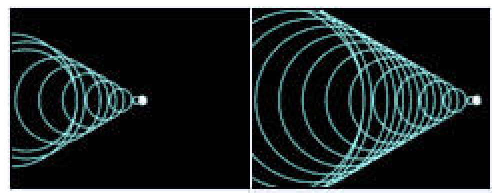
Udarni talas je vrsta poremećaja koji se kreće. Kao i običan talas, udarni talas nosi energiju i kreće se kroz sredinu ili, u odsustvu materijanog medijuma, elektromagnetno polje. Ono što karakteriše udarni talas je da se kreće brzinom koja je veća od brzine zvuka u toj sredini. Dešava se sledeće, isto kao što kod doplerovog efekta talasi koji stižu od izvora koji se kreće prema nama bivaju “sabijeniji” (slika 1), ako je brzina izvora veća od brzine zvuka, talasi koji dolaze do nas bivaju superponirani jedan drugim i stvara se front talasa koji se kreće kroz sredinu (slika 2 i 3). U zavisnosti od brzine izvora zavisi i oblik koji će udarni talas imati, može se pokazati da je sinus ugla između formiranog fronta i pravca kretanja izvora jedak količniku brzine zvuka i brzine izvora talasa.



Slika 1(normalni talas)



Slika 2 (izvor koji se kreće brzinom zvuka)



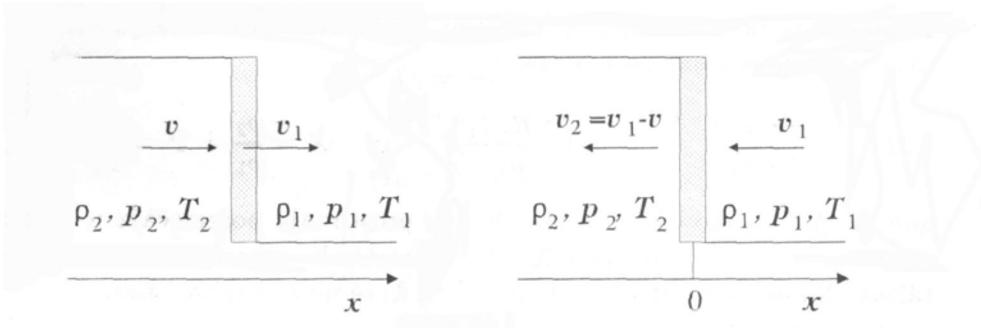
Slika 3 (izvor koji se kreće brzinom većom od brzine zvuka)

Udarne talase karakteriše nagla promena. Duž fronta udarnog talasa uvek postoji ekstremno brz rast veličina kao što su pritisak, temperatura i gustina. Za razliku od nekih drugih oblika nelinearnih talasa, udarni talasi bivaju oslabljeni veoma brzo sa rastojanjem ukoliko ne dolazi do promene gustine sredine, što ćemo i videti na kraju ovog rada.

Rankin-Igonioove jednačine

Udarni talas može biti sferni, cilingdični ili ravan u zavisnosti od načina na koji se energija oslobodila u sredini. Frontom udarnog talasa se naziva površina na kojoj osobine sredine trpe skok i on se kreće u sistemu koji je vezan za sredinu koji miruje brzinom v_1. Taj udarni talas sada menja parametre sredine ispred fronta ($(\rho_1, P_1, T_1)?(\rho_2, P_2, T_2)$) vrednosti iza fronta ($\rho_2, P_2, T_2$). Ako se brzina kretanja sredine iza fronta udarnog talasa obeleži sa v a raferentni sistem veže za fronta udarnog talasa, tada je v_1 brzina kojom materija sredine ispred fronta udarnog talasa „utiče“ u diskontinuitet, a $v_2 = v_1 - v$ brzina kojom se materija sredine udaljava iza fronta udarnog talasa (Slika 4).

Ako je još talas koji posmatramo ravan, sa stacionarnim ($v_1 = const$) frontom normalnim na pravac *x*-ose, tada sve veličine udarnog talasa zavise samo od *x*-koordinate. Princip je da iz jednačine kontinuiteta i zakona održanja impulsa i energije izvedemo jednačine u kojima možemo da izrazimo parametre sredine nakon prolaska talasa preko parametara sredine pre prolaska talasa i brzine samog udarnog talasa.



Slika 4

Ali krenimo redom, iz jednačine kontinuiteta $\rho v = const$, sledi:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2\,, \tag{1}$$

a na osnovu jednačine kretanja $\rho(dv/dt) = -gradP$ sledi:

$$\rho v \frac{dv}{dx} = -\frac{dP}{dx}\,,$$

pa je:

$$P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2\,, \tag{2}$$

što predstavlja zakon održanja impulsa. Ako ne postoje radijacioni gubitci energije, zakon održanja važi u sledećem obliku:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P + \rho\varepsilon = const\,,$$

gde je ε unutrašnja energija po jedinici mase sredine, pa je:

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}\,. \tag{3}$$

Jednačina kontinuiteta i dve jednačine održanja se nazivaju Rankin-Igonioove jednačine i zajedno sa jednačinom stanja i kaloričkom jednačinom (respektivno)

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \quad \text{(a)}; \qquad \varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{P}{\rho} \quad (\gamma = c_P/c_V\,) \quad \text{(b)} \tag{4}$$

predstavljaju sistem iz kojeg se mogu odrediti sve veličine po prolasku fronta udarnog talasa ako su poznate veličine pre prolaska. Za nastavak izvođenja uvodimo parametre:

$$M_1 = v_1\left(\gamma\frac{P_1}{\rho_1}\right)^{-1/2} = v_1\left(\frac{\gamma R_* T_1}{\mu_1}\right)^{-1/2}; \quad X = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad \text{i} \qquad Y = \frac{P_2}{P_1}\,, \tag{5}$$

gde je M_1 Mahov broj (odnos brzine prostiranja diskontinuiteta i brzine zvuka v_z u toj sredini), a X i Y parametar kompresije i jačina udarnog talasa, respektivno (tj odnosi gustina i pritisaka u sredini po prolasku i pre prolaska fronta udarnog talasa, respektivno).

Uvođenjem jednačine (4b) u jednačinu (3) dobijamo:

$$\frac{1}{2}v_1^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_1}{\rho_1}=\frac{1}{2}v_2^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_2}{\rho_2}\,. \tag{6}$$

Ako sad uvedemo parametre, jednačine (1), (4a), (2) i (6) dobijaju sledeći oblik, respektivno:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{X}\qquad ;\qquad \frac{T_1}{T_2}=\frac{Y}{X}\,, \tag{7}$$

$$M_1^2\left(1-\frac{1}{X}\right)=\frac{Y-1}{\gamma}\,, \tag{8}$$

$$M_1^2\left(1-\frac{1}{X^2}\right)=\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{Y}{X}-1\right). \tag{9}$$

Eliminacijom Y iz poslednje dve jednačine dobija se kvadratna po X, oblika:

$$\left(M_1^2+\frac{2}{\gamma-1}\right)X^2-\frac{2\left(1+\gamma M_1^2\right)}{\gamma-1}X+\frac{\gamma+1}{\gamma-1}M_1^2=0\,, \tag{10}$$

čije je rešenje:

$$X_o=\frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2}\,, \tag{11}$$

A ako tu vrednost uvrstimo u jednačinu (8) dobijamo rešenje za Y:

$$Y_o=\frac{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)}{\gamma+1}\,. \tag{12}$$

Ako zamenimo vrednosti poslednje dve jednačine u u drugu od jednačina (7) dobijamo:

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{Y_o}{X_o}=\frac{\left[2\gamma M_1^2-(\gamma-1)\right]\left[(\gamma-1)M_1^2+2\right]}{(\gamma+1)^2M_1^2}\,. \tag{13}$$

Ako je brzina udarnog talasa mnogo veća od brzine zvuka u toj sredini ($v_1>>v_z$), odnosno $M_1>>1$ (slučaj jakih udarnih talasa) dobijaju se vrednosti:

$$\begin{aligned} X_0&=\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\,,\\ Y_0&=\frac{2\gamma M_1^2}{\gamma+1}\,,\\ \frac{T_2}{T_1}&=\frac{2\gamma(\gamma-1)M_1^2}{(\gamma+1)^2}\,. \end{aligned} \tag{14}$$

Ukoliko je u pitanju jednoatomski gas ($\gamma = c_P / c_V = (i+2)/i = 5/3$) od poslednjih jednačina ostaje:

$$\rho_2 = 4\rho_1 \quad ; \qquad P_2 = \frac{3}{4}\rho_1 v_1^2 \quad ; \qquad T_2 = \frac{3\mu_2 v_1^2}{16 R_*} . \tag{16}$$

Možemo zaključiti da gustina nakon prolaska fronta ograničena na četvorostruku vrednost početne gustine, a pritisak i temperatura rastu sa kvadratom brzine kretanja fronta udarnog talasa. U nekim slučajevima se u sredini, npr. atmosferi zvezde, u gasu iza fronta odvijaju istovremeno procesi jonizacije i rekombinacije, usled čega se javalja zračenje koje odnosi deo unutrašnje energije. Ukoliko procenat energije koja se na ovaj način oslobodi nije zanemarljiv, moraju se uzeti u obzir i ti procesi rasipanja energije u samom zakonu održanja, tj moramo korigovati jednačinu (3).

Udarni talasi u astrofizici

Udarni talasi su jedan od efikasnih mehanizama prenosa energije, u nekim slučajevima i materije, u astrofizici:

- u eksplozivnim procesima u zvezdama, kao što su promenljive zvezde, nove i supernove;
- za zagrevanje zvezdane atmosfere i međuzvezdanog gasa;
- povećavaju gustinu supstance u spiralnim granama galaksija;
- itd.

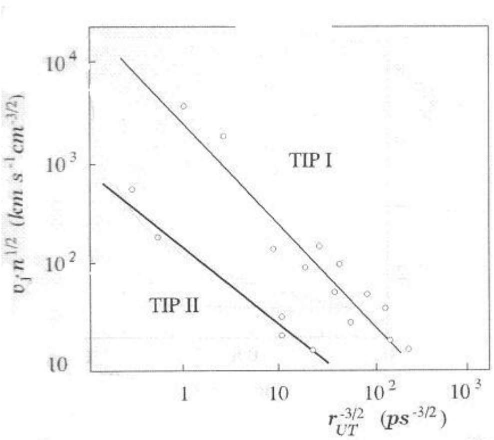
Posmatrajmo eksplozivni proces u nekoj homegnoj sredini gustine ρ, koji se dešava u nekoj tački ili ograničenom prostoru, i neka se u takvom procesu oslobodi količina energije Q. Tada nastaje sferni udarni talas sa frontom koji se kreće po formuli:

$$r_{UT} = \lambda_s \left(\frac{Q}{\rho_1} \right)^{1/5} t^{2/5}, \tag{16}$$

gde je r_{UT} rastojanje fronta udarnog talasa od centra eksplozije a λ_s konstanta reda jedinice koja zavisi od sredine. Ako uzmemo da je $\lambda_s = 1$, iz gornje jednačine sledi:

$$v_1 = \frac{2}{5}\left(\frac{Q}{\rho_1} \right)^{1/5} t^{-3/5} = \frac{2}{5}\left(\frac{Q}{\rho_1} \right)^{1/2} r_{UT}^{-3/2}. \tag{17}$$

Za planetarne magline koje su ostatci supernove, energija Q se može naći iz zavisnosti $v_1 \rho_1^{1/2} \sim v_1 n_e^{1/2}$ od $r_{UT}^{-3/2}$ koja se vidi u jednačini iznad. Pri merenju odgovarajućih parametara maglina, dobijene su dve grupe supernova na osnovu gore pomenute zavisnosti (što se može videti na Slici 5); tip 1 (Rakova maglina) pri kojima je iznos oslobođene energije $Q \approx 10^{48} erg$, i tip 2 (maglina Kasiopeja) sa iznosom oslobođene energije $Q \approx 10^{51} erg$.



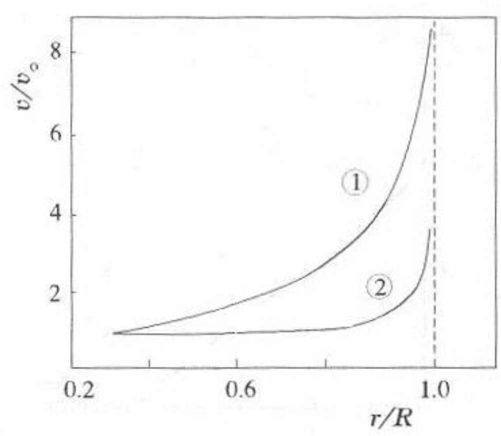
Slika 5

Ukoliko su u pitanju jaki udarni talasi u nehomogenoj sredini, brzina kretanja talasnog fronta je približno data sa:

$$v_1 \approx C_o \left(\rho_1 r^2 \right)^{-1/4}, \tag{18}$$

gde su r rastojanje fronta udarnog talasa od centra zvezde, ρ_1 gustina na rastojanju r, dok se konstanta C_o određuje iz početnih uslova uzimajući da je v_o brzina fronta udarnog talasa na rastojanju r_o, gde je gustina ρ_o poznata, a v_o se ocenjuje polazeći od oslobođene energije Q.

Na osnovu približno date zavisnosti može se zaključiti da brzina zavisi od veličine $\left(\rho_1 r^2\right)$, tj ako gustina zvezde opada za faktor $\rho_1 \sim \mathrm{r}^{-m}$, gde je $m = 2$, veličina unutar zagrade će biti konstantna i udarni talas nastao u dubokim slojevima imaće istu brzinu duž celog omotača zvezde. Ukoliko je faktor $m > 2$ brzina udarnog talasa će rasti sa rastojanjem. Na osnovu ove zavisnosti možemo razlikovati zvezde sa radijativnim i konvektivnim prenosom energije. Zvezdama iz gornjeg levog ugla HR dijagrama (uglavnom radijativni prenos) na oko $r = 0.3R$, m postaje veće od 2 i raste sa rastojanjem, zbog čega front udarnog talasa povećava svoju brzinu. A nasuprot njima, zvezdama sa desne strane HR dijagrama (uglavnom kontektivni prenos) je $m \approx 2$, zbog čega je i brzina udarnog talasa skoro ne menja, sem u površinskim slojevima, što se vidi na slici 6.



Slika 6

Već je pomenuato da se udarnim talasima može prenositi energija, ali i materija. Ako udarni talas prolazi zvezdom, za sobom povlači zvezdanu materiju, koja, pod dejstvom gravitacione sile, usporava i vraća u početni položaj. Ukoliko je brzina sloja zvezde dovoljno velika, sloj će se odvojiti u okolni međuzvezdani prostor. dovoljna brzina za ovakav proces se naziva **hiperbolična brzina** i data je jednačinom:

$$v_\infty = \left(\frac{2GM(r)}{r}\right)^{1/2}$$

gde je $M(r)$ masa preostalog dela zvezde poluprečnika r. Kako kod zvezda sa radijativnim prenosom energije svaki sloj zvezde ima svoju hiperboličnu brzinu, tako će se i rasejavati u međuzvezdanu sredinu. Dok će se kod zvezde sa konvektivnim prenosom energije, kod kojih je brzina kretanja fronta udarnog talasa konstantna, omotač zvezde odvaja počev od nekog poluprečnika r od centralnog ostatka zvezde.

Literatura

1. Astronomija sa astrofizikom; Božidar Vujičić, Stevica Božović; Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-Matematički fakultet; Novi Sad 1995.
2. www.grc.nasa.gov
3. www.physicscentral.com
4. www.wikipedia.org